

## MATRICES STOCHASTIQUES

1. Écrire une fonction `Python` prenant en argument d'entrée une matrice et renvoyant `True` si elle est stochastique, `False` sinon.

1

2

3

4

5

6

7

8

9

10

11

2. En déduire une fonction `Python` permettant de savoir si une matrice est bistochastique.

1

2

3

4

5

## AU BOULOT!!

On classe les étudiants de CPGE ECG en trois groupes :

- Groupe 1 : étudiants qui ne travaillent pas ;
- Groupe 2 : étudiants qui travaillent mais avec des résultats encore faibles ;
- Groupe 3 : étudiants qui travaillent et avec des résultats très encourageants.

On choisit un étudiant au hasard en CPGE ECG et on note, pour tout  $n \in \mathbb{N}^*$ ,  $X_n$  la variable aléatoire égale au groupe dans lequel se situe l'étudiant après  $n$  semaines passées en CPGE. On considère  $X_0 = 1$ .

On considère que, d'une semaine à l'autre :

- 20% des étudiants du groupe 1 passent dans le groupe 2, les autres restent dans le groupe 1 ;
- 20% des étudiants du groupe 2 passent dans le groupe 3, 10% retournent dans le groupe 1 et les autres restent dans le groupe 2 ;
- 10% des étudiants du groupe 3 retournent dans le groupe 2 et les autres restent dans le groupe 3.

On note, pour tout  $n \in \mathbb{N}$ ,  $U_n = (\mathbb{P}(X_n = 1) \quad \mathbb{P}(X_n = 2) \quad \mathbb{P}(X_n = 3))$ .

1. Donner la matrice de transition associée à la chaîne de Markov  $(X_n)_{n \in \mathbb{N}}$ .
2. Écrire une fonction `Python` prenant en argument d'entrée un entier naturel  $n$ , une matrice  $A$  et un état initial  $U_0$  et renvoyant en sortie la matrice  $U_n$  associée à la chaîne de Markov d'état initial  $U_0$  et de matrice de transition  $A$ .

1

2

3

4

5

6

7

**Rappels...**

- Produit matriciel  $AB$  :
- Puissance  $A^n$  :

3. Écrire une fonction **Python** de sorte que l'exécution de **graphique(N, A, U0)** renvoie le graphique représentant **N** premiers états probabilistes de la chaîne de Markov initialisée à **U0** et de matrice de transition **A**.

1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	

4. A l'aide de la commande **al.eig**, écrire une fonction prenant en argument une matrice stochastique **A** et renvoyant en sortie un état stable de la chaîne de Markov associée.

1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	
11	

**⚠ Attention !**  
←  $U = UA \iff {}^tA^tU = {}^tU...$