Exercices du chapitre 4
Systèmes linéaires

●●○○ Exercice 1 - Résolution de systèmes linéaires
Résoudre les systèmes linéaires suivants :

1. $\begin{cases} x + y + 2z = 3 \\ x + 2y + z = 1 \\ 2x + y + z = 0 \end{cases}$

2. $\begin{cases} x + 2z = 1 \\ -y + z = 2 \\ x - 2y = 1 \end{cases}$

3. $\begin{cases} 3x + y + z = 0 \\ x - y + 2z = 0 \\ 4x + y + 3z = 0 \end{cases}$

4. $\begin{cases} 2x + y - 3z = 0 \\ x + y + z = 0 \\ 5x + 2y - 10z = 0 \end{cases}$

5. $\begin{cases} x + y + z = 1 \\ 3x - z = 0 \\ 5x + 2y + z = 2 \end{cases}$

6. $\begin{cases} x + y + z = 1 \\ 3x - z = 0 \\ 5x + 2y + z = 1 \end{cases}$

7. $\begin{cases} 2x - y + z = 0 \\ -4x + 2y - 2z = 0 \\ 10x - 5y + 5z = 0 \end{cases}$

8. $\begin{cases} x + y + z + t = 0 \\ x + 3y - 2z + 2t = 0 \\ -2y + 3z - t = 0 \\ 2x + 5z + t = 0 \end{cases}$

●●○○ Exercice 2 - Système non linéaire ?
Résoudre le système suivant, dans lequel $x, y, z > 0$: $\begin{cases} x^3y^2z^6 = 1 \\ x^4y^5z^{12} = 2 \\ x^2y^2z^5 = 3 \end{cases}$

●●○○ Exercice 3 - Système à paramètre
Dans chaque cas, résoudre le système en discutant selon la valeur du paramètre m :

1. $\begin{cases} 3x + y - z = 1 \\ x - 2y + 2z = m \\ x + y - z = 1 \end{cases}$.

2. $\begin{cases} x + my = -3 \\ mx + 4y = 6 \end{cases}$.

●○○○ Exercice 4 - Modéliser par un système
La somme de deux nombres vaut 29 et la différence de leurs carrés est égale à 145. Quels sont ces deux nombres ?

●○○○ Exercice 5 - Modéliser par un système
Déterminer les fonctions f, polynomiales de degré 2, qui vérifient :

- $f(-1) = 0$
- $f(0) = -2$
- $f(1) = 2$

●●○○ Exercice 6 - Modéliser par un système
Déterminer les fonctions f, polynomiales de degré 2, qui vérifient :

- $f(1) = -4$
- $\mathcal{C}_f$ admet une tangente horizontale au point de coordonnées $(2, -3)$.

●●○○ Exercice 7 - Décomposition en éléments simples
1. Démontrer qu'il existe deux réels a, b que l'on déterminera tels que :

$$\forall x \notin \{-3; -1\}, \quad \frac{1}{(x+1)(x+3)} = \frac{a}{x+1} + \frac{b}{x+3}$$

2. Démontrer qu'il existe trois réels a, b, c que l'on déterminera tels que :

$$\forall x \notin \{-2; -1; 0\}, \quad \frac{1}{x(x+1)(x+2)} = \frac{a}{x} + \frac{b}{x+1} + \frac{c}{x+2}$$