Formulaire de dérivation

Dérivée des fonctions usuelles

Expression de la fonction	f définie sur :	Expression de la dérivée	f dérivable sur :
$f(x) = C,\ \ C \in \mathbb{R}$	$\mathbb{R}$	$f'(x) = 0$	$\mathbb{R}$
$f(x) = x^n,\ \ n \geq 1$	$\mathbb{R}$	$f'(x) = nx^{n-1}$	$\mathbb{R}$
$f(x) = \frac{1}{x}$	$\mathbb{R}^*$	$f'(x) = -\frac{1}{x^2}$	$]-\infty;0[$ et $]0;+\infty[$
$f(x) = \frac{1}{x^n},\ \ n \geq 1$	$\mathbb{R}^*$	$f'(x) = -\frac{n}{x^{n+1}}$	$]-\infty;0[$ et $]0;+\infty[$
$f(x) = \sqrt{x}$	$[0;+\infty[$	$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$	$]0;+\infty[$
$f(x) = e^x$	$\mathbb{R}$	$f'(x) = e^x$	$\mathbb{R}$
$f(x) = \ln(x)$	$]0;+\infty[$	$f'(x) = \frac{1}{x}$	$]0;+\infty[$

En fait, les formules des cinq premières lignes ci-dessus peuvent se retrouver en ne retenant **qu'une seule formule**, valable pour n'importe quelle valeur de m :

$$\boxed{f(x) = x^m \Longrightarrow f'(x) = mx^{m-1}}$$

Dérivées & opérations

Propriétés 1

Soient u et v deux fonctions définies sur un intervalle I.

P1# Si u est dérivable sur I, alors pour $\alpha \in \mathbb{R}$, αu est dérivable sur I et : $(\alpha u)' = \alpha u'$

P2# Si u et v sont dérivables sur I, alors $u + v$ est dérivable sur I et : $(u+v)' = u' + v'$

P3# Si u et v sont dérivables sur I, alors uv est dérivable sur I et : $(uv)' = u'v + uv'$

P4# Si u et v sont dérivables sur I **et que v ne s'annule pas sur I**, alors $\frac{1}{v}$ est dérivable sur I et : $\left(\frac{1}{v}\right)' = -\frac{v'}{v^2}$

P5# Si u et v sont dérivables sur I **et que v ne s'annule pas sur I**, alors $\frac{u}{v}$ est dérivable sur I et : $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$

Propriété 2

Soient u une fonction définie sur un intervalle I à valeurs dans J et f une fonction définie sur J.
Si u est dérivable sur I et f est dérivable sur J, alors $f \circ u$ est dérivable sur I et :

$$\boxed{\left(f \circ u\right)' = u' \times f' \circ u}$$

En particulier :

- Si u est dérivable sur I, alors pour tout $n \in \mathbb{N}$, u^n est dérivable sur I et : $\left(u^n\right)' = nu'u^{n-1}$
- Si u est dérivable sur I, alors e^u est dérivable sur I et : $\left(e^u\right)' = u'e^u$
- Si u est dérivable sur I **et strictement positive sur I**, alors $\ln(u)$ est dérivable sur I et : $\left(\ln(u)\right)' = \frac{u'}{u}$
- Si u est dérivable sur I **et strictement positive sur I**, alors $\sqrt{u}$ est dérivable sur I et : $\left(\sqrt{u}\right)' = \frac{u'}{2\sqrt{u}}$