ETUDIER UNE SÉRIE

Si la question est "Montrer que la série est convergente" (et que la somme n'est pas demandée !) :

Utiliser un critère de comparaison des séries à termes généraux positifs...

On peut alors comparer avec des séries usuelles... Ou une autre série déjà étudiée dans l'exercice.

Séries de Riemann : $\sum_{n\geq 1} \frac{1}{n^\alpha}$ CV ssi $\alpha > 1$.

ATTENTION : on ne travaille jamais sur les séries mais sur leurs termes généraux !

Si la question est "Etudier la nature de la série" :

Est-elle grossièrement divergente ?

($\lim_{n\to+\infty} u_n \neq 0$ implique que $\sum u_n$ DV)

Ou alors, on explore les autres méthodes !

Si la question est : "justifier la convergence et donner la valeur de la somme" :

On travaille sur la somme partielle...

Alors il est très probable qu'il y ait ensuite un télescopage.

UTILISER L'ENONCE !

• Les séries géométriques sont convergentes ssi $q \in]-1;1[$ et :

$$\sum_{n=0}^{+\infty} q^n = \frac{1}{1-q}$$

$$\sum_{n=1}^{+\infty} nq^{n-1} = \frac{1}{(1-q)^2}$$

$$\sum_{n=2}^{+\infty} n(n-1)q^{n-2} = \frac{2}{(1-q)^3}$$

• $\forall x \in \mathbb{R},\ e^x = \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{x^k}{k!}$

ATTENTION : on ne travaille jamais sur les séries mais sur leurs termes généraux ou sur les sommes partielles (si changement d'indice pour mieux voir les formules).