ETUDIER UNE SUITE

- **Suite implicite**
  - L'énoncé guidera !
  - u_n est défini comme solution d'une équation
    - Exemples :
      - $\bullet$ u_n est l'unique solution positive de l'équation $x^n - nx + 1 = 0$
      - $\bullet$ u_n est l'unique solution positive de l'équation $e^x - x - x = \dfrac{1}{n}$
    - Si u_n est la solution de l'équaton $f_n(x) = 0$, alors les variations de f_n^{-1} serviront certainement $\rightsquigarrow$ ce sont les mêmes que f_n...
    - ! Il y a donc toujours un théorème de bijection pour justifier l'existence et l'unicité de la solution sur l'intervalle considéré !

- **Suite définie par son terme général**
  - Variations : signe de $u_{n+1} - u_n$
  - Limites
    - $\bullet$ Opérations sur les limites (FI éventuelles)
    - $\bullet$ Théorème d'encadrement (souvent guidé)

- **Suite arithmétique**
  - Définition : $u_{n+1} = u_n + r$
  - Terme général : $u_n = u_0 + nr$ ou $u_n = u_1 + (n-1)r$ ou ...

- **Suite géométrique**
  - Définition : $u_{n+1} = q \times u_n$
  - Terme général : $u_n = u_0 \times q^n$ ou $u_n = u_1 \times q^{n-1}$ ou ...

- **Suite arithmético-géométique**
  - Définition : $u_{n+1} = a \times u_n + b$
  - Pour déterminer le terme général
    - 1 - résoudre $ax + b = x$ solution notée α
    - 2 - poser $v_n = u_n - \alpha$, puis vérifier que (v_n) est géométrique
    - 3 - terme général de (v_n) puis $u_n = v_n + \alpha$

- **Suite récurrente linéaire d'ordre 2**
  - Définition : $au_{n+2} + bu_{n+1} + cu_n = 0$ (si besoin, mettre sous cette forme)
  - Pour déterminer le terme général
    - 1 - calculer le discriminant Δ de l'équation caractéristique $ax^2 + bx + c = 0$
    - 2 -
      - $\bullet$ si $\Delta > 0$: $u_n = \lambda x_1^n + \mu x_2^n$
      - $\bullet$ si $\Delta = 0$: $u_n = (\lambda n + \mu)x_0^n$
    - 3 - trouver λ et μ en résolvant un système obtenu avec les valeurs de u_0 et u_1

- **Suite $u_{n+1} = f(u_n)$**
  - Si besoin, l'énoncé guidera...
  - Connaître le maximum de choses sur la fonction f aidera $\rightarrow$ se référer à l'énoncé !
  - Il est parfois demandé de montrer que u_n existe. Dans ce cas, faire une récurrence !
  - Variations : signe de $u_{n+1} - u_n$ ou par récurrence
  - Théorème de convergence monotone :
    - $\bullet$ croissante et majorée
    - $\bullet$ décroissante et minorée
  - Si convergence : la limite est une des solutions de $f(x) = x$ (point fixe)
  - Si (u_n) est monotone, la divergence est souvent montrée par l'absurde (en supposant (u_n) majorée ou minorée)...
  - Si (u_n) n'est pas monotone, on étudie les suites (u_{2n}) et (u_{2n+1}) puis théorème de recouvrement...