Etudier une fonction

1 - Ensemble de définition

- Connaître & utiliser les ensembles de définition des fonctions usuelles
  - exp est définie sur $\mathbb{R}$
  - ln est définie sur $]0;+\infty[$
  - $\sqrt{}$ est définie sur $[0;+\infty[$
  - $\frac{1}{\cdot}$ est définie sur $]-\infty;0[\cup]0;+\infty[$
- Rédaction : $f(x)$ existe $\iff \dots$
  - Tenir compte de toutes les conditions !
  - Utiliser éventuellement un tableau de signes…

2 - Limites

- Connaître les limites des fonctions usuelles & les opérations sur les limites
  - Se remémorer les courbes des fonctions usuelles…
- FI : $\frac{0}{0}$; $\frac{\infty}{\infty}$; $0 \times \infty$; $\infty - \infty$
  - Factoriser par ce qui domine
  - Croissances comparées : $\exp(x)$ domine x^α domine $\ln(x)$
  - Limites à connaître : $\lim\limits_{x \to 0} \frac{e^x - 1}{x} = 1$; $\lim\limits_{x \to 0} \frac{\ln(1+x)}{x} = 1$

3 - Dérivée

- Justifier que la fonction est dérivable
- Calculer la dérivée
  - $(u^n)' = nu'u^{n-1}$; $(\sqrt{u})' = \frac{u'}{2\sqrt{u}}$; $(e^u)' = u'e^u$; $(\ln(u))' = \frac{u'}{u}$; $\left(\frac{1}{u}\right)' = -\frac{u'}{u^2}$
    Et plus généralement : $(f \circ u)' = u' \times f' \circ u$.
  - $(uv)' = u'v + uv'$; $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$
- Simplifier la dérivée et, si possible, la factoriser !

4 - Signe de la dérivée

- Factoriser au maximum la dérivée
- Faire un tableau de signes
  - Les règles de signes s'appliquent uniquement sur produits et quotients !
  - Résoudre des inéquations pour trouver le signe de chaque facteur
  - $\forall X \in \mathbb{R}, \quad e^X > 0$
    $\ln(X) > 0 \iff X > 1$
  - Penser au discriminant si second degré…
  - Penser à relire l'énoncé qui peut contenir des indications sur le signe…

5 - Tableau de variations

- $f' \geq 0 \iff f$ croissante
  $f' \leq 0 \iff f$ décroissante
- Indiquer les limites
- Calculer les valeurs exactes des extrema
- Vérifier la cohérence du tableau
- ATTENTION : rien ne traverse une valeur interdite (double-barre)