Etudier le signe d'une expression. . .

. . . car toutes les inégalités peuvent se ramener à étudier un signe !

Cas 1 - Signe évident

- positif + positif = positif
  négatif + négatif = négatif
  - On ne peut prédire le signe si "positif - positif" !
  - Tenir compte des valeurs des variables. . .
    Exemple : si $n \in \mathbb{N}$, alors $n+1>0$
  - $\forall X \in \mathbb{R}$, $e^X>0$; $X^2 \geq 0 \ldots$
    $\ln(X)>0 \iff X>1$
- Règles de signes uniquement sur produits et quotients

Cas 2 - Premier et second degré

- Si de la forme $ax+b$: on résout $ax+b>0$
- Si de la forme ax^2+bx+c : recherche des racines puis tableau de signes
  - $\Delta = b^2-4ac \rightarrow$ attention aux parenthèses
  - Racines : $\dfrac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$ si $\Delta \geq 0$
  - Signe de a à l'extérieur des racines
    Signe de a partout si une seule racine

Cas 3 - Factoriser

- Facteur commun ou identité remarquable
  - • $a^2 \pm 2ab + b^2 = (a \pm b)^2$
    • $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$
  - Penser à redévelopper au moins dans sa tête pour vérifier
- Dresser le tableau de signes
  - Règles de signes uniquement sur produits et quotients
- Etudier le signe de chaque facteur
  - Se référer à tous les cas possibles présents sur cette fiche !

Cas 4 - Résoudre algébriquement une inéquation

- • utiliser les 4 opérations élémentaires
  • appliquer exp ou ln qui "se simplifient" mutuellement
  • appliquer ln quand l'inconnue est en exposant ($\ln(a^n) = n\ln(a)$)
  - ATTENTION : $\sqrt{.}$ ne simplifique par les carrés ! On a : $\sqrt{x^2} = |x|$
- Attention au sens des inégalités !
  - **Conserve le sens des inégalités :**
    • ajouter / soustraire un réel
    • multiplier / diviser par un réel strictement positif
    • appliquer une fonction croissante
  - **Change le sens des inégalités :**
    • multiplier / diviser par un réel strictement négatif
    • appliquer une fonction décroissante

Autres cas. . .

- Relire les questions précédentes. . .
- Poser une fonction et l'étudier
  - • Poser $f(x)$ l'expression dont on cherche le signe.
    • Dériver f et déterminer ses variations. . .
    • Espérer que les variations de f permettent d'avoir son signe !
    $\rightsquigarrow$ Par exemple, si le maximum de f est 0, alors $f(x) \leq 0$.
  - Exemple classique :
    • Montrer : $\ln(1+x) \leq x$
    • Càd montrer : $\ln(1+x) - x \leq 0$
    • On pose alors $f(x) = \ln(1+x) - x$ pour $x \in [0;+\infty[$ et on étudie les variations de f. . .
- . . .